

LA PROPORTIONNALITÉ AU CYCLE 3

Bref historique, de 1923 à 2008

Si la règle de trois était aux programmes de l'école primaire de 1923 et de 1945, c'était sans développement ni référence aux types de situations dans lesquelles l'appliquer.

Le terme « proportionnalité » apparaît pour la première fois dans les programmes de **1970** : c'est la vision fonctionnelle qui prévaut, sans mise en avant des propriétés de linéarité.

*« Lorsque l'opérateur est "multiplier par ..." ou "diviser par ..." la correspondance qui permet de passer d'une liste à l'autre est la proportionnalité.
La plupart des problèmes traités au cours moyen mettent en oeuvre des thèmes dans lesquels la proportionnalité doit être explicitée.
D'une façon générale, tous les problèmes traités au moyen de la "règle de trois" relèvent du modèle mathématique précédent. Il est essentiel de savoir qu'il s'agit d'un seul et même problème, qu'il convient d'expliquer en termes nouveaux. »*

Pas de changement d'orientation dans les programmes de **1985**

Reconnaissance et utilisation des fonctions numériques : $n \rightarrow n+a$ et $n \rightarrow n \times a$, et leurs réciproques, définies dans l'ensemble des nombres décimaux. Problèmes relevant de ces fonctions et plus particulièrement de la proportionnalité (exemple de la règle de trois).

Pas de changement d'orientation non plus en **1995**

*Au cycle des approfondissements [...] l'élève approche la notion de fonction numérique, en particulier dans le cadre de situations de proportionnalité.....
Première approche de la proportionnalité :*

- reconnaissance de situations de proportionnalité dans des cas simples (échelles, pourcentages);
- utilisation de tableaux, diagrammes, graphiques.

En **2002**, la notion de fonction disparaît. Apparaît, pour la résolution des problèmes de proportionnalité, l'idée de raisonnements « personnels » : ils sont développés dans les documents d'application, où il apparaît que parmi ces raisonnements ceux mobilisant les propriétés de linéarité sont aussi valorisés.

Résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant des raisonnements personnels appropriés (dont des problèmes relatifs aux pourcentages, aux échelles, aux vitesses moyennes ou aux conversions d'unités).

En **2008**, disparition de l'idée de « raisonnement personnel » mais indication qu'il faut connaître plusieurs procédures. Celle-ci sont développées dans le document ressource pour le cycle 3, accompagnées d'une base théorique substantielle.

*Programme : La proportionnalité est abordée à partir des situations faisant intervenir les notions de pourcentage, d'échelle, de conversion, d'agrandissement ou de réduction de figures. Pour cela, plusieurs procédures (en particulier celle dite de la "règle de trois") sont utilisées.
Les repères de progressivité indiquent, pour le CM1 : Utiliser un tableau ou la "règle de trois" dans des situations très simples de proportionnalité.*

Le programme 2016

Dans le programme 2016, la proportionnalité est présente à plusieurs reprises dans le volet 3 et en particulier dans chacun des domaines avec des situations d'application propres.

On retrouve l'indication que plusieurs raisonnements sont à connaître et à savoir utiliser, et ceux-ci sont clairement indiqués.

Dans le préambule pour le cycle 3

[...]Le cycle 3 vise à approfondir des notions mathématiques abordées au cycle 2, à en étendre le domaine d'étude, à consolider l'automatisation des techniques écrites de calcul introduites précédemment (addition, soustraction et multiplication) ainsi que les résultats et procédures de calcul mental du cycle 2, mais aussi à construire de nouvelles techniques de calcul écrites (division) et mentales, enfin à introduire des notions nouvelles comme les nombres décimaux, **la proportionnalité** ou l'étude de nouvelles grandeurs (aire, volume, angle notamment). [...]

Dans les compétences travaillées, pour la compétence « modéliser »

Reconnaitre et distinguer des problèmes relevant de situations additives, multiplicatives, de proportionnalité.

Dans « nombres et calcul »

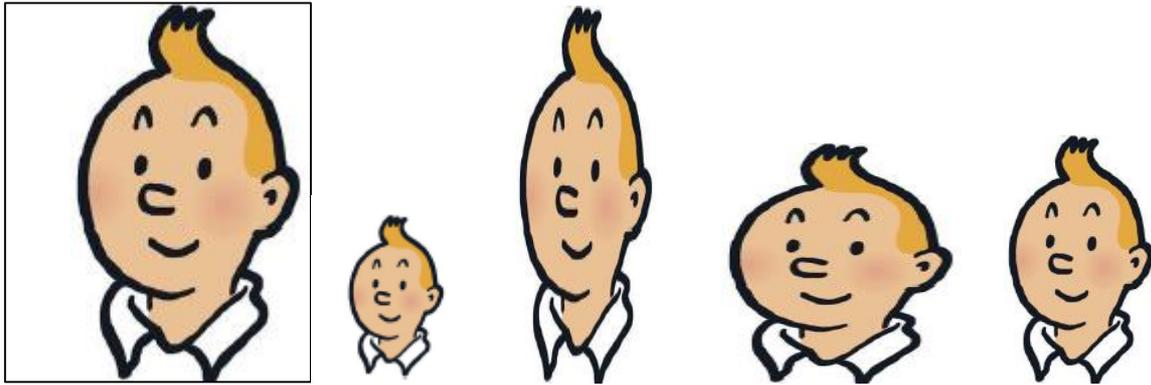
Proportionnalité	Situations permettant une rencontre avec des échelles, des vitesses constantes, des taux de pourcentage, en lien avec l'étude des fractions décimales.
Reconnaitre et résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité en utilisant une procédure adaptée.	Mobiliser les propriétés de linéarité (additives et multiplicative), de proportionnalité, de passage à l'unité.
	Utiliser des exemples de tableaux de proportionnalité.

Identifier les situations de proportionnalité

Pour que la proportionnalité prenne tout son sens, l'élève doit aussi être confronté à des situations ne relevant pas de la proportionnalité (« Si je mesure 1 mètre à 10 ans, je peux mesurer 2 mètres à 20 ans mais sûrement pas 4 mètres à 40 ans et je sais aussi que je ne mesurais pas 10 centimètres à 1 an. »).

Un travail « perceptif » peut également être effectué à partir de supports visuels avant d'aborder des situations numériques :

Certains Tintin sont semblables au modèle (encadré) et d'autres non. Trier toutes les images selon qu'elles sont semblables à ce modèle (proportionnée) ou disproportionnées.



Utiliser des procédures adaptées

Pour un même énoncé, la question va induire l'utilisation de procédures différentes.

Exemple :

« Un livre de cuisine indique que, pour faire une mousse au chocolat, il faut : 6 œufs si la recette est prévue pour 9 personnes et 10 œufs si la recette est prévue pour 15 personnes. »

nombre d'œufs	nombre de personnes
6	→ 9
10	→ 15

Procédure utilisant la linéarité de l'addition :

Combien dois-je prévoir d'œufs si je dois faire cette mousse pour 24 personnes ?

nombre d'œufs	nombre de personnes
6	→ 9
10	→ 15
?	→ 24

pour 24 personnes il faut ~~26~~ œufs.
16

~~Il faut faire une division~~ Il faut faire des additions
 $9 + 15 = 24$ $10 + 6 = 16$

Procédure utilisant la Linéarité de la multiplication

Combien dois-je prévoir d'œufs si je dois faire cette mousse pour 3 personnes ?

nombre d'œufs	nombre de personnes
6	→ 9
10	→ 15
?	→ 3

Handwritten solution for the first problem:

$$9 : 3 = 3$$
$$* 6 : 3 = 2$$
$$=$$
$$2 \times 3$$

Il faut 2 œufs pour 3 personnes

Procédure utilisant le passage à l'unité :

Combien dois-je prévoir d'œufs si je dois faire cette mousse pour 6 personnes ?

nombre d'œufs	nombre de personnes
6	→ 9
10	→ 15
?	→ 6

Handwritten solution for the second problem:

$$10 \text{ œufs} \rightarrow 15 \text{ pers}$$
$$6 \text{ œufs} \rightarrow 9 \text{ pers.}$$
$$? \rightarrow 6 \text{ pers.}$$
$$1 \text{ œuf} \rightarrow 1,5 \text{ personne}$$
$$2 \text{ œufs} \rightarrow 3 \text{ pers.}$$
$$4 \text{ œufs} \rightarrow 6 \text{ pers.}$$

Dans « grandeurs et mesures »

Dans le cadre des grandeurs, la proportionnalité sera mise en évidence et convoquée pour résoudre des problèmes dans différents contextes.

Proportionnalité Identifier une situation de proportionnalité entre deux grandeurs. ➤ Graphiques représentant des variations entre deux grandeurs.	Comparer distance parcourue et temps écoulé, quantité d'essence consommée et distance parcourue, quantité de liquide écoulée et temps écoulé, etc.
--	--

Imaginons qu'au lieu de mousse au chocolat il s'agisse d'un calcul de distance parcourue.

En 6 heures un robot parcourt 9 km : quelle distance parcourt-il en 10 heures ?

Les élèves apprennent progressivement à résoudre des problèmes portant sur des contextes et des données issus des autres disciplines. En effet, les supports de prises d'informations variés (textes, tableaux, graphiques, plans) permettent de travailler avec des données réelles issues de différentes disciplines (histoire et géographie, sciences et technologie, éducation physique et sportive, arts plastiques). De plus, la lecture des données, les échanges oraux pour expliquer les démarches, et la production de réponses sous forme textuelle contribuent à travailler plusieurs composantes de la maîtrise de la langue dans le cadre des mathématiques. Enfin, les contextes des situations de proportionnalité à explorer au cours du cycle peuvent être illustrés ou réinvestis dans d'autres disciplines : problèmes d'échelle, de vitesse, de pourcentage (histoire et géographie, éducation physique et sportive, sciences et technologie), problèmes d'agrandissement et de réduction (arts plastiques, sciences).

Dans « espace et géométrie »

Les activités spatiales et géométriques sont à mettre en lien avec les deux autres thèmes : résoudre dans un autre cadre des problèmes relevant de la proportionnalité ; utiliser en situation les grandeurs (géométriques) et leur mesure.

Proportionnalité Reproduire une figure en respectant une échelle. ➤ Agrandissement ou réduction d'une figure.	Reproduire une figure à partir d'un modèle (l'échelle pouvant être donnée par des éléments déjà tracés).
---	--

Un document d'application Eduscol présente une séquence autour de l'agrandissement d'un puzzle géométrique de trois pièces :

http://cache.media.education.gouv.fr/file/Proportionnalite/22/5/RA16_C3_MATH_PROPO_PUZZLE_6_14225.pdf

Des documents utiles pour mettre en œuvre une séquence de ce type sont à disposition sur le site de la circonscription de Sens 2 : <http://circo89-sens2.ac-dijon.fr/?Proportionnalite-au-cycle-3&lang=fr>

Dans les repères de progressivité : le cas particulier de la proportionnalité

En CM1, le recours aux propriétés de linéarité (additive et multiplicative) est privilégié dans des problèmes mettant en jeu des nombres entiers. Ces propriétés doivent être explicitées, elles doivent faire sens pour les élèves ; elles peuvent être institutionnalisées de façon non formelle à l'aide d'exemples (« si j'ai deux fois, trois fois... plus d'invités, il me faudra deux fois, trois fois... plus d'ingrédients » ; « si 6 stylos coutent 10 euros et 3 stylos coutent 5 euros, alors 9 stylos coutent 15 euros »).

Les procédures du type passage par l'unité ou calcul du coefficient de proportionnalité sont mobilisées **progressivement** sur des problèmes le nécessitant et en fonction des nombres (entiers ou décimaux) choisis dans l'énoncé ou intervenant dans les calculs.

À partir du CM2, des situations impliquant des échelles ou des vitesses constantes peuvent être rencontrées. Le sens de l'expression « ...% de » apparaît en milieu de cycle. Il s'agit de savoir l'utiliser dans des cas simples (50 %, 25 %, 75 %, 10 %) où aucune technique n'est nécessaire, en lien avec les fractions d'une quantité.

Si le coefficient de proportionnalité est rencontré au cours moyen, notamment lors de travaux sur les échelles, son institutionnalisation dans un cadre général peut être reportée en toute fin de cycle 3.

En fin de cycle (fin 6^{ème}), l'application d'un taux de pourcentage est attendu.

Liens avec le calcul mental

Les relations entre les nombres mis en jeu constituent une variable didactique avec laquelle l'enseignant peut jouer. En effet, les rapports entre les nombres en jeu et la connaissance des tables de multiplication dans les deux sens (composition-décomposition) par les élèves vont influencer sur le choix de la procédure à privilégier. L'enseignant propose dans un premier temps des situations mettant en jeu des nombres entiers entretenant entre eux des rapports simples (double, triple, quintuple, etc.) pour aller progressivement vers des situations plus compliquées (nombres décimaux, fractions, rapports plus complexes).

Des pistes de différenciation et de rétroaction

Cette différenciation peut être envisagée en amont de la séance en adaptant les variables d'un exercice en fonction des élèves, mais elle doit surtout être effective en classe pendant les temps de recherche. L'enseignant pourra ainsi, en circulant dans les rangs, conseiller les élèves en fonction de leurs productions et de leurs besoins :

- inviter un élève n'arrivant pas à démarrer à consulter un exercice effectué précédemment pour retrouver une procédure pouvant s'appliquer ici ou encore lui proposer une première étape permettant de trouver un résultat intermédiaire, la valeur pour une unité par exemple ;
- inviter un élève à se relire, à voix basse ou à voix haute, pour corriger une erreur de calcul ;

- inviter un élève qui utilise toujours la même procédure, peu efficace ici, mais ayant réussi l'exercice, à refaire cet exercice modifié par des changements de contexte ou de valeurs numériques qui l'obligent à utiliser une autre procédure ;
- inviter un élève ayant rapidement réussi à traiter le problème proposé, de façon efficace, à refaire l'exercice avec d'autres variables nécessitant de trouver une autre procédure ou des compétences en calcul plus avancées ;
- inviter un élève rencontrant d'importantes difficultés en calcul à utiliser une calculatrice pour se centrer sur le raisonnement ;
- etc.

On voit ici qu'une prise d'information directe sur les cahiers des élèves, pourra rendre caduques certaines corrections collectives.

Lors des mises en commun et des corrections collectives, la comparaison de différentes procédures doit permettre aux élèves d'acquérir ces différentes procédures et de prendre conscience qu'en fonction des nombres en jeu dans un problème, certaines sont plus efficaces que d'autres : demandant moins de calculs, ou faisant appel à des calculs plus simples, elles permettent de gagner en rapidité et de diminuer le risque d'erreurs.